

I

Het hebben van enige eigenwaarde(n) is onontbeerlijk voor het voltooien van een proefschrift.

II

Beschouw de eindige drie-dimensionale projectieve meetkunde $PG(3, 4)$ over het lichaam met vier elementen, en neem hierin een Baer deelmeetkunde $PG(3, 2)$. Er zijn 800 mogelijke partities in lijnen van de punten buiten de deelmeetkunde, en deze vallen uiteen in drie banen van grootte 120, 120 en 560, onder de actie van de automorfismengroep.

Ref.: E.R. van Dam, Classification of spreads of $PG(3, 4) \setminus PG(3, 2)$, *Designs, Codes and Cryptography* **3** (1993), 193-198.

III

Het woord "dierbaar" moet uit een tijd stammen dat mensen nog respect hadden voor dieren.

IV

Zij G een reguliere graaf van graad k . Dan is het aantal wandelingen ter lengte l van een willekeurig punt naar zichzelf, die geen cykels bevatten, gelijk aan nul als l oneven is, en als l even is, zeg $l = 2s$, gelijk aan

$$\sum_{i=0}^s \frac{s-i}{s+i} \binom{s+i}{s} k^{s-i} (k-1)^i.$$

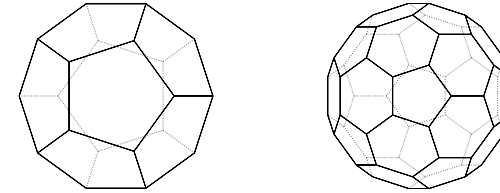
Derhalve is voor een wandel-reguliere graaf met v punten en spectrum $\{[k = \lambda_0]^{m_0}, [\lambda_1]^{m_1}, \dots, [\lambda_r]^{m_r}\}$, en voor ieder niet-negatief geheel getal s

$$\frac{1}{v} \sum_{i=0}^r m_i \lambda_i^{2s} - \sum_{i=0}^s \frac{s-i}{s+i} \binom{s+i}{s} k^{s-i} (k-1)^i$$

een niet-negatief even getal.

V

Het getuigt van zeer weinig kennis van en interesse in kunst, sport en wetenschap als parlementsleden de kroonluchters in de parlementsgebouwen, die de vorm van een dodecaëder hebben, omschrijven als "lelijke voetballen". De dodecaëder werd door Plato juist verheven tot symbool van het universum. Vanuit wiskundig perspectief gezien moeten we de voetbal juist omschrijven als een "niet zo mooie dodecaëder".



Figuur. Een dodecaëder en een voetbal

Ref.: Plato, *Timaeus*, 360 v.C..

VI

Het feit dat de nevenklassengraaf van de binaire code van lengte zes bestaande uit het nul-woord en het één-woord de incidentiegraaf van een $2-(16, 6, 2)$ design is (zie § 4.1.5 van dit proefschrift), geeft de volgende mooie omschrijving van zo'n design. Beschouw de partities van een verzameling van zes elementen in twee delen, waarvan er één leeg mag zijn. De punten van het design worden gerepresenteerd door de zogenaamde even partities, d.w.z. de partities in twee delen van even grootte. De blokken worden gerepresenteerd door de zogenaamde oneven (overige) partities in twee delen. Een punt en een blok zijn incident als de corresponderende partities uit elkaar verkregen kunnen worden door één element over te hevelen van het ene deel van de partitie naar het andere.

VII

Uit didactisch oogpunt wordt studenten weleens gezegd dat domme vragen niet bestaan. De vraag "Mag ik een domme vraag stellen?" vormt hierop een uitzondering.

VIII

Zij G een samenhangende graaf met drie gewone en drie Laplace eigenwaarden. Dan is G sterk regulier of een ster $K_{1,n}$, voor zekere $n \geq 2$. Het is onmogelijk om een natuurlijke generalisatie van sterk reguliere grafen te bedenken, waarbij geen regulariteit geëist wordt (ook niet impliciet), zonder dat de sterren $K_{1,n}$ daartoe behoren.

VIII

De Romeinen hadden geen eenduidige schrijfwijze voor cijfers.

X

Lemma's 3.3.8 en 3.3.10 van dit proefschrift volgen ook uit het werk van Delsarte en Meyerowitz (zie ook het proefschrift van Martin) over volledig reguliere codes in het Johnson schema. Een gevolg van Lemma 3.3.8 en Theorema 3.3.6 van dit proefschrift is dat voor iedere $n \geq 2$, $n \neq 8$, het aantal (niet-isomorfe) grafen met spectrum $\{[\frac{1}{4}n(n-1) - 2]^1, [n-4]^{n-1}, [-2]^{\frac{1}{2}n(n-3)-1}, [2n - \frac{1}{4}n(n-1) - 4]^1\}$ gelijk is aan het aantal (niet-isomorfe) paren complementaire $\frac{1}{2}(n-1)$ -reguliere grafen op n punten.

Ref.: P. Delsarte, An algebraic approach to the association schemes of coding theory, *Philips Research Reports Suppl.* **10** (1973).

W.J. Martin, *Completely regular subsets*, Thesis, University of Waterloo, 1992.

A.D. Meyerowitz, Cycle-balanced partitions in distance-regular graphs, *preprint*.

XI

Naar schatting heeft de aarde zo'n één à twee biljoen omwentelingen om haar as gemaakt. Het is dus geen wonder dat de wereld volledig dolgedraaid is.

Stellingen

behorende bij het proefschrift

Graphs with few eigenvalues

An interplay between combinatorics and algebra

Edwin van Dam

4 oktober 1996